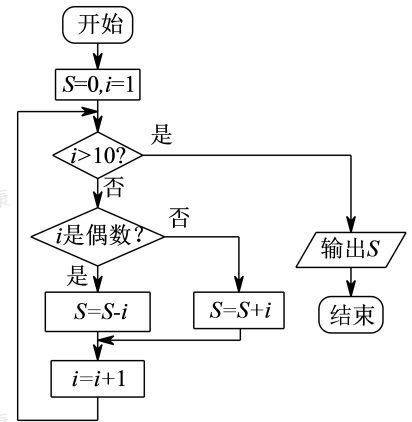


2018年天津河东区理科高三一模数学试卷

一、选择题（本大题共8小题，每小题5分，共40分）

1. 设集合 $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $N = \{x \in \mathbf{R} | 2 \leq x \leq 6\}$, 那么下列结论正确的是 ().
- A. $M \cap N = M$ B. $M \cap N \supsetneq N$ C. $M \cap N = N$ D. $M \cap N \subsetneq M$
2. 若变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} y \leq 2x \\ x + y \leq 1 \\ y \geq -1 \end{cases}$, 则 $z = x + 2y$ 的最大值是 ().
- A. $\frac{5}{2}$ B. $\frac{5}{3}$ C. 0 D. $-\frac{5}{2}$
3. $\triangle ABC$ 中, $AB = 3$, $BC = \sqrt{13}$, $AC = 4$, 则 $\triangle ABC$ 的面积是 ().
- A. $3\sqrt{3}$ B. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ C. 3 D. $\frac{3}{2}$
4. 阅读如图的程序框图, 并判断运行结果为 ().
- A. 55 B. 5 C. -5 D. -55
5. 设 $x, y \in \mathbf{R}$, 则 “ $x \geq 2$ 且 $y \geq 2$ ” 是 “ $x^2 + y^2 \geq 4$ ” 的 ().
- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件
6. 设双曲线的焦点在 x 轴上, 两条渐近线为 $y = \pm \frac{1}{3}x$, 则该双曲线的离心率 $e =$ ().
- A. 10 B. $\sqrt{10}$ C. $\frac{\sqrt{10}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{10}}{3}$
7. 设 P 是 $\triangle ABC$ 边 BC 上的任意一点, Q 为 AP 的中点, 若 $\overrightarrow{AQ} = \lambda \overrightarrow{AB} + \mu \overrightarrow{AC}$, 则 $\lambda + \mu =$ ().
- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 1



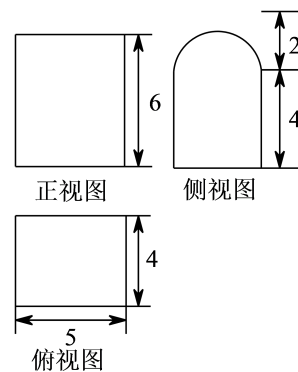
8. 设正实数 a, b, c 满足 $a^2 - 3ab + 4b^2 - c = 0$, 则当 $\frac{ab}{c}$ 取得最大值时, $\frac{2}{a} + \frac{1}{b} - \frac{2}{c}$ 最大值为 ().
- A. 0 B. 1 C. $\frac{9}{4}$ D. 3

二、填空题 (本大题共6小题, 每小题5分, 共30分)

9. 在复平面内, 复数 $\frac{1+i}{i}$ 对应的点位于第 _____ 象限.

10. $(3x + \sqrt{x})^4$ 的展开式中 x^3 的系数是 _____.

11. 某几何体的三视图如图 (其中侧视图中的圆弧是半圆), 则该几何体的表面积为 _____.



12. 设 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, 且 $y = f(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{1}{2}$ 对称, 则 $f(1) + f(2) + f(3) + f(4) + f(5) =$ _____.

13. 设函数 $f(x) = x - \frac{1}{x}$. 对任意 $x \in [1, +\infty)$, $f(mx) + mf(x) < 0$ 恒成立, 则实数 m 的取值范围是 _____.

14. 从 0, 2, 4, 6, 8 中任取 2 个数字, 从 1, 3, 5, 7 中任取 2 个数字, 组成没有重复的四位数, 其中能被 5 整除的四位数共有 _____ 个 (用数字作答).

三、解答题（本大题共6小题，共80分）

15. 已知函数 $f(x) = \sin^4 x + 2\sqrt{3} \sin x \cos x - \cos^4 x$.

- (1) 求 $f(x)$ 的最小正周期和最小值.
- (2) 讨论 $f(x)$ 在区间 $[0, \pi]$ 上的单调递增区间.

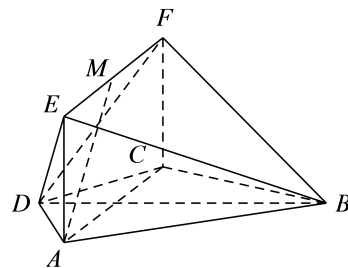
16. 某市甲、乙、丙、丁四所中学报名参加某高校今年自主招生的学生人数如下表所示：

中学	甲	乙	丙	丁
人数	30	40	20	10

为了了解参加考试的学生的学习情况，该高校采用分层抽样的方法从报名参加考试的四所中学的学生当中随机抽取50名参加问卷调查.

- (1) 问甲、乙、丙、丁四所中学各抽取多少名学生？
- (2) 从参加问卷调查的50名学生中随机抽取两名学生，求两名学生来自同一中学的概率.
- (3) 在参加问卷调查的50名学生中，从来自甲、丙两所中学的学生当中随机抽取两名学生，用 X 表示抽得甲中学的学生人数，求 X 的分布列和数学期望.

17. 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $AD = CD = CB = a$, $\angle ABC = 60^\circ$, 平面 $ACFE \perp$ 平面 $ABCD$, 四边形 $ACFE$ 是矩形, $AE = a$.



- (1) 求证: $BC \perp$ 平面 $ACFE$.
- (2) 点 M 在线段 EF 上, 且直线 $AM \parallel$ 平面 BDF , 求线段 EM 的长.
- (3) 求二面角 $B - EF - D$ 的余弦值.

18. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 a_n 是 S_n 与2的等差中项, 数列 $\{b_n\}$ 中, $b_1 = 1$, 点 $P(b_n, b_{n+1})$ 在直线 $x - y + 2 = 0$ 上.

(1) 求数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 的通项公式 a_n 和 b_n .

(2) 设 $c_n = a_n \cdot b_n$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

19. 已知点 $(0, -1)$ 是中心在原点，长轴在 x 轴上的椭圆 C 的一个顶点，离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ，椭圆的左右焦点分别为 F_1 和 F_2 。

(1) 求椭圆 C 的方程。

(2) 设点 M 是线段 OF_2 上的一点，过点 F_2 与 x 轴不垂直的直线 l 交椭圆 C 于 P 、 Q 两点，若 $\triangle MPQ$ 是以 M 为顶点的等腰三角形，求点 M 到直线 l 距离的取值范围。

20. 已知函数 $f(x) = mx^3 - 3x^2 + 1 - \frac{3}{m}$.

(1) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性.

(2) 若曲线 $y = f(x)$ 上两点 A 、 B 处的切线都与 y 轴垂直, 且线段 AB 与 x 轴有公共点, 求实数 m 的取值范围.